

The Relationship of Concept Image and Concept Definition of the Limit of a Function with the Mathematical Motivation of Student Teachers at Farhangian University of Tehran

Ali Molkhasi*, Yaghub Abbasi Qeshlaq**

* Associate Professor, Department of Mathematics Education, Farhangian University, P.O. Box 14665-889, Tehran, Iran.
(Corresponding Author) Email: molkhasi@cfu.ac.ir

** Master's Student, Shahid Beheshti Farhangian University, Tehran, Iran.
Email: abbasiyahoub2@gmail.com

Article Info

Abstract

Article type:
Research Article

Key words:
Limit of a function,
Concept image,
Concept definition,
Mathematical
motivation, Student
teacher, Higher

Article history:
Received : 23 October
2025
Accepted : 01 September
2026

The concept of limit is a transition point to advanced mathematical thinking and one of the most difficult concepts for learners. The present study aimed to determine the relationship between conceptual image and conceptual definition of the limit of a function and student-teachers' mathematics motivation. The research method was quantitative, of a descriptive-correlational type. The statistical population consisted of all 54 first-semester mathematics education students of Shahid Beheshti and Shahid Sharafat campuses of Farhangian University of Tehran, who were studied by census method. The instrument was a researcher-made twenty-item questionnaire on a Likert scale, whose structure was examined through exploratory factor analysis. The findings showed that there is no significant relationship between conceptual image and mathematics motivation, nor between conceptual definition and mathematics motivation; however, the two cognitive constructs are strongly correlated with each other, and men's mathematics motivation is significantly higher than women's. Also, students attributed the highest effect on the formation of their image of limit to teaching method and activity design. The results indicate that cognitive coherence and motivation are two relatively independent constructs, and the teacher education curriculum should target both separately.

Cite this Article:

A.Molkhasi, Y.Abbasi Qeshlaq (2026) The Relationship of Concept Image and Concept Definition of the Limit of a Function with the Mathematical Motivation of Student Teachers at Farhangian University of Tehran. *Journal of Higher Education Curriculum Studies*, *16*(32), 7–32.
<https://doi.org/10.22034/hecs.2026.555034.2037>



© 2016 by Iranian Curriculum Association Press Publisher:
Iranian Curriculum Association Press
DOI: <https://doi.org/10.22034/hecs.2026.555034.2037>

Extended Abstract

Introduction

The concept of limit is the cornerstone of calculus and marks the transition from elementary mathematics to advanced mathematical thinking. Derivatives, integrals, continuity and convergence all rest upon it, so any deficiency in understanding the limit propagates through a whole chain of subsequent concepts. Cornu (1991) observed that learning the definition of a limit is one thing and acquiring a fundamental understanding of it is quite another: the ability to execute computational routines is no guarantee of conceptual grasp. Empirical evidence supports this distinction. Bezuidenhout (2001) showed that many first-year students who can compute limits correctly nonetheless fail conceptual questions about those very limits, and Cottrill et al. (1996) demonstrated that understanding the limit requires the construction of a coordinated process schema at which many learners never arrive, remaining instead at the action stage.

Tall and Vinner (1981) introduced the constructs of concept image and concept definition to describe precisely this gap. The concept image is the whole cognitive structure associated with a concept, including mental pictures, examples, counter-examples and associated properties; the concept definition is the verbal-symbolic formulation the individual states, which may differ from the formal definition accepted by the mathematical community. Inconsistency between the two is the source of many persistent misconceptions about the limit. Güçler (2013) further showed that part of this inconsistency is reproduced in classroom discourse, because instructor and student attach different meanings to the same symbol. Language is a recognised source of the problem: expressions such as "approaches" and "tends to" easily lead to the mistaken belief that the limit is unreachable, and Denbel (2014) found that identifying the limit with the value of the function at the point is the most common misconception of all.

Alongside this cognitive dimension stands a motivational one. Mathematical motivation is a multidimensional construct usually measured through subscales of interest in mathematics, intrinsic motivation and mathematical self-concept (Murphy & Alexander, 2000; Um, Corter, & Tatsuoka, 2005). Expectancy-Value theory suggests a mechanism linking the two domains: a learner whose concept image conflicts with the formal definition repeatedly fails at non-routine problems, and these failures reduce the expectancy of success and the perception of competence, thereby depressing motivation. Szydlik (2000) provided empirical support by showing that students who locate mathematical authority in their own reasoning both hold more sophisticated epistemological beliefs and perform better on conceptual tests of

the limit. Iranian studies, however, have confined themselves either to describing misconceptions of the limit or to measuring the effect of particular teaching methods, and the relationship between these cognitive constructs and motivational constructs has not been quantitatively examined, particularly among student teachers whose own conceptions will later shape the classrooms of thousands of pupils.

Research questions

The study addressed one main and three subsidiary questions. The main question asked whether a relationship exists between mathematics-education students' concept images and concept definitions of the limit of a function and their mathematical motivation. The first subsidiary question concerned the factor structure of the researcher-made questionnaire and which constructs its items actually measure. The second asked what proportion of the variance in mathematical motivation is explained by concept image and concept definition. The third asked whether the means of concept image, concept definition and mathematical motivation differ significantly by gender.

Methodology

This is an applied, quantitative study with a descriptive-correlational survey design. The statistical population consisted of all first-semester mathematics-education students of the Shahid Beheshti and Shahid Sharafat campuses of Farhangian University in Tehran, numbering 54 students. Because the population was small and fully accessible, no sampling was performed and the entire population was surveyed by complete enumeration; the sample therefore coincides with the population (35 male and 19 female). Data were collected with a researcher-made 20-item questionnaire on a five-point Likert scale, adapted from the mathematics-interest subscale of Nemati (2009), the intrinsic-motivation and mathematical self-concept subscales of Um, Corter and Tatsuoka (2005), and the theoretical framework of Tall and Vinner (1981) together with the classification of limit misconceptions in Molkhasi (2020) and Denbel (2014). The initial pool of 30 items was reduced to 20 following content-validity judgement by ten experts. Cronbach's alpha for the full instrument was 0.798.

Construct validity was examined by exploratory factor analysis using principal components with varimax rotation. The Kaiser–Meyer–Olkin measure was 0.684 and Bartlett's test of sphericity was significant, $\chi^2(190) = 586.340$, $p < 0.001$, confirming the suitability of the data. Five components with eigenvalues greater than one were extracted, together explaining 69.92 per cent of the total variance. On the basis of this structure and the Tall–Vinner framework, four constructs were defined: mathematical

motivation (items 1–5 and 18–20, $\alpha = 0.906$), concept image (items 7, 10 and 12, $\alpha = 0.691$), concept definition (items 6, 8, 9, 13 and 14, $\alpha = 0.775$) and instructional factors (items 15–17, $\alpha = 0.803$). Item 11 loaded alone on the fifth component and was excluded from the construct scores. Misconception items were reverse-coded so that higher scores consistently indicate greater conceptual coherence, and all construct scores were transformed to a 20–100 scale. Data were analysed in SPSS using the Kolmogorov–Smirnov and Shapiro–Wilk tests, independent-samples *t* tests with Levene's test, Pearson correlations and multiple linear regression, with significance set at 0.05.

Conclusion

All four constructs were normally distributed. Descriptively, the highest construct mean belonged to instructional factors (82.35) and the lowest to mathematical motivation (63.84); concept image averaged 72.47 and concept definition 66.96. At the item level, the highest means were for the influence of teaching method (4.39), general motivation to learn mathematics (4.19) and the design of instructional activities (4.19), while the lowest were for the perceived pleasantness of learning limits (2.54) and preference for limits over other topics (2.81).

Contrary to theoretical expectation, neither concept image ($r = -0.075$, $p = 0.590$) nor concept definition ($r = 0.122$, $p = 0.381$) correlated significantly with mathematical motivation, and instructional factors were likewise unrelated to it ($r = -0.002$, $p = 0.991$). Multiple linear regression confirmed this: the two cognitive constructs together explained only 5.1 per cent of the variance in motivation and the model was not significant, $F(2, 51) = 1.381$, $p = 0.261$. By contrast, the two cognitive constructs correlated strongly with each other, $r = 0.619$, $p < 0.001$. Regarding gender, no significant differences emerged for concept image ($p = 0.516$), concept definition ($p = 0.221$) or instructional factors ($p = 0.304$), whereas the mean mathematical motivation of male students (67.21) significantly exceeded that of female students (57.63), $t(52) = 2.106$, $p = 0.040$.

Discussion

The central finding is that no relationship was observed between the cognitive constructs and mathematical motivation in this population. Three explanations may be advanced. First, a difference in level of measurement: Szydlik assessed conceptual understanding with a performance test, whereas the present instrument is self-report, and self-report registers only those misconceptions of which the learner is aware. The low means on the self-reported misconception items, set against the extensive misconceptions revealed

by performance tests in comparable populations, support this reading. Second, limited statistical power: with 54 participants only correlations above approximately 0.37 are detectable with adequate confidence, so a weak or moderate association may have gone undetected. Third, the two constructs may genuinely be independent in this context: among student teachers, mathematical motivation may draw more on occupational commitment and prior educational experience than on conceptual coherence within a single topic.

The strong correlation between concept image and concept definition accords with the Tall–Vinner view of these as two facets of a single cognitive structure, but also indicates that a self-report instrument cannot fully separate them operationally; the factor analysis grouped the misconception items by type of misconception rather than by the image/definition distinction. The gender difference in motivation is consistent with Um, Corter and Tatsuoka (2005); since the groups did not differ on any cognitive construct, it cannot be attributed to ability and is more plausibly contextual. Finally, that student teachers attribute the greatest influence on their conception of the limit to teaching method and activity design, and attribute misconception more to the manner of expression than to the concept itself, echoes Güçler's discourse analysis and underlines the responsibility of instruction.

The practical implication for teacher-education curricula is that improving conceptual understanding cannot be expected, on its own, to raise motivation, nor the reverse; each goal requires its own designed intervention, although the two may be pursued together for synergy. The study is limited by its correlational design, its small and geographically restricted population, its reliance on self-report, the modest reliability of the three-item concept-image scale, and the exploratory nature of its factor structure, which awaits confirmation in an independent sample.

رابطه تصور مفهومی و تعریف مفهومی از حد تابع با انگیزش ریاضی دانشجومعلمان دانشگاه فرهنگیان تهران

علی ملخاسی*، یعقوب عباسی قشلاق**

*گروه آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، صندوق پستی ۸۸۹-۱۴۶۶۵ تهران، ایران. (نویسنده مسئول)

رایانامه: molkhasi@cfu.ac.ir

** دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه فرهنگیان شهید بهشتی، تهران، ایران.

رایانامه: abbasiyahoub2@gmail.com

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: علمی-پژوهشی	مفهوم حد، نقطه گذار به تفکر ریاضی پیشرفته و از دشوارترین مفاهیم برای یادگیرندگان است. پژوهش حاضر با هدف تعیین رابطه تصور مفهومی و تعریف مفهومی از حد تابع با انگیزش ریاضی دانشجومعلمان انجام شد. روش پژوهش کمی از نوع توصیفی-همبستگی بود. جامعه آماری همه ۵۴ دانشجوی ترم اول آموزش ریاضی پردیس‌های شهید بهشتی و شهید شرافت دانشگاه فرهنگیان تهران بود که به روش تمام‌شماری بررسی شدند. ابزار، پرسشنامه محقق‌ساخته بیست‌گویه‌ای در مقیاس لیکرت بود که ساختار آن با تحلیل عاملی اکتشافی بررسی شد. یافته‌ها نشان داد میان تصور مفهومی و انگیزش ریاضی و نیز میان تعریف مفهومی و انگیزش ریاضی رابطه معناداری وجود ندارد، اما دو سازه شناختی با یکدیگر همبستگی قوی دارند و انگیزش ریاضی دانشجویان مرد به‌طور معنادار بیشتر از دانشجویان زن است. همچنین دانشجویان بالاترین اثر بر شکل‌گیری تصور خود از حد را به روش تدریس و طراحی فعالیت نسبت دادند. نتایج نشان می‌دهد انسجام شناختی و انگیزش در این دانشجویان دو سازه نسبتاً مستقل‌اند و برنامه درسی تربیت معلم باید هر دو را جداگانه هدف بگیرد.
واژگان کلیدی: حد تابع، تصور مفهومی، تعریف مفهومی، انگیزش ریاضی، دانشجومعلم.	
تاریخچه مقاله: تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۸/۰۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۶/۱۰	

استناد به این مقاله:

علی ملخاسی، یعقوب عباسی قشلاق (۱۴۰۵). رابطه تصور مفهومی و تعریف مفهومی از حد تابع با انگیزش ریاضی دانشجومعلمان دانشگاه فرهنگیان تهران. *دوفصلنامه مطالعات برنامه درسی آموزش عالی*. انجمن مطالعات برنامه درسی ایران؛ ۳۲-۷، ۳۲-۷.

doi: 10.22034/hecs.2026.555034.2037/



© انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

ناشر: انجمن مطالعات برنامه درسی ایران

مقدمه

مفهوم حد، نقطه گذار از ریاضیات مدرسه‌ای به تفکر ریاضی پیشرفته است؛ مفهومی که مشتق، انتگرال، پیوستگی و همگرایی بر آن استوارند و هرگونه نارسایی در فهم آن، در زنجیره‌ای از مفاهیم بعدی بازتاب می‌یابد. کورنو^۱ (Cornu, 1991) یادآور می‌شود که یادگیری تعریف حد یک چیز است و کسب درک بنیادی از آن چیزی دیگر؛ توانایی اجرای رویه‌های محاسباتی حد، ضامن فهم مفهومی آن نیست. در ادبیات داخلی نیز زینی‌وند^۲ (Zeinivand, 2015) در تبیین مفهومی تفکر ریاضی نشان داده است که یکی از چالش‌های اصلی برنامه درسی ریاضی در آموزش عالی، فاصله میان مهارت رویه‌ای و تفکر مفهومی است.

شواهد تجربی این تمایز را تأیید کرده‌اند. بزویدنهاوت^۳ (Bezuidenhout, 2001) نشان داد بسیاری از دانشجویان سال اول، با وجود توانایی محاسبه حدها، در پرسش‌های مفهومی مربوط به همان حدها ناکام می‌مانند. کاتریل و همکاران^۴ (Cottrill et al., 1996) نیز نشان دادند فهم حد، مستلزم ساخت یک طرح‌واره فرایندی هماهنگ است و بسیاری از یادگیرندگان در همان مرحله کنشی متوقف می‌مانند.

تصور مفهومی و تعریف مفهومی

تال و وینر^۵ (Tall & Vinner, 1981) دو شاخص «تصور مفهومی»^۶ و «تعریف مفهومی»^۷ را معرفی کردند. تصور مفهومی، کل ساختار شناختی مرتبط با یک مفهوم در ذهن فرد است، همراه با تصویرهای ذهنی، مثال‌ها، مثال‌های نقض و ویژگی‌های پیوسته به آن. در هر موقعیت تنها بخشی از این ساختار فراخوانده می‌شود؛ همین گزینشی بودن سبب می‌شود فرد بتواند در یک موقعیت پاسخ درست و در موقعیتی دیگر پاسخ نادرست بدهد، بی‌آنکه تناقض را حس کند. تعریف مفهومی در برابر آن، صورت‌بندی کلامی-نمادینی است که فرد برای مفهوم بیان می‌کند و ممکن است با تعریف رسمی پذیرفته‌شده یکسان نباشد یا بدفهمی ایجاد شود. دیویس و وینر^۸ (Davis & Vinner, 1986) نشان دادند برخی مراحل بدفهمی در حد تقریباً اجتناب‌ناپذیرند. گوچلر^۹ (Güçler, 2013) نیز نشان داد بخشی از ناسازگاری میان این دو سازه در گفتمان کلاس درس بازتولید می‌شود، زیرا استاد و دانشجو یک نماد واحد را به دو معنا به کار می‌برند. یکی از سرچشمه‌های شناخته‌شده این ناسازگاری، زبان و بیان عبارت است. عبارت‌هایی مانند

¹ Cornu

² Zeinivand

³ Bezuidenhout

⁴ Cottrill et al.

⁵ Tall & Vinner

⁶ Concept image

⁷ Concept definition

⁸ Davis & Vinner

⁹ Güçler

«نزدیک می‌شود» و «میل می‌کند» به سادگی به این برداشت نادرست می‌انجامند که حد مقداری «دست‌نیافتنی» است یا تابع هرگز به حد خود نمی‌رسد (Cornu, 1991; Juter, 2005; Jordaan, 2005). بدفهمی دیگر آن است که وجود حد در یک نقطه مشروط به تعریف تابع در همان نقطه دانسته شود، یا حد صرفاً با مقدار تابع یکی گرفته شود (Denbel, 2014).

تعریف صوری حد و خوانش ساده‌شده آن

در این قسمت از مقاله تعریف حد تابع را در یک فضای متری دلخواه بیان می‌کنیم و سپس خوانشی ساده و روان از آن را در فضای اقلیدسی ارائه می‌کنیم. اگر (X, d_1) و (Y, d_2) فضاهای متری، f تابعی از $E \subset X$ به Y و p نقطه حدی E باشد و $q \in Y$ با خاصیت زیر موجود باشد:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta(\varepsilon) > 0 : \forall x \in E, 0 < d_1(x, p) < \delta \Rightarrow d_2(f(x), q) < \varepsilon$$

آنگاه می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow p} f(x) = q$$

ملخاسی (Molkhasi, 2020) برای کاهش بدفهمی‌های ناشی از این تعریف، در فضای متری اقلیدسی خوانشی ساده‌شده پیشنهاد می‌کند: برای تابع حقیقی f تعریف‌شده در همسایگی p ، رابطه $\lim_{x \rightarrow p} f(x) = L$ به این معنی است که به ازای هر عدد حقیقی مثبت ε ، دست‌کم یک عدد حقیقی مثبت مانند δ وابسته به ε وجود دارد که اگر x ها در همسایگی محذوف به مرکز p و شعاع δ قرار بگیرند مقادیر همان x ها، به ازای f ، در همسایگی به مرکز L و شعاع ε قرار می‌گیرند. نکته کلیدی آن است که نخست ε انتخاب می‌شود و سپس δ بر پایه آن پیدا می‌شود. از این‌رو نقش تعیین‌کننده در مفهوم و تعریف حد بر عهده تابع f است نه متغیر x . متأسفانه اکثر فراگیران تصور می‌کنند که اگر x به p نزدیک شود آنگاه $f(x)$ به q میل خواهد کرد و این تصور از مفهوم تعریف حد تابع درست نیست. در این پژوهش به این مفهوم توجه ویژه داریم.

انگیزش ریاضی

انگیزش ریاضی سازهای چندبعدی است که پژوهشگران معمولاً آن را از طریق سه خرده مقیاس علاقه به ریاضی، انگیزش درونی و خودپنداره ریاضی می‌سنجند (Murphy & Alexander, ۲۰۰۰)؛ (Um Corter, & Tatsuka, ۲۰۰۵) از منظر نظریه انتظار-ارزش نیز دو مؤلفه «انتظار موفقیت» و «ارزش ادراک شده تکلیف» نقش تعیین‌کننده‌ای در رفتار یادگیرنده ایفا می‌کنند.

پیشینه پژوهش

فرینی-ماندی و گراهام^۱ (Ferrini-Mundy & Graham, 1994) نتیجه گرفتند مهارت محاسباتی دانشجویان در حد، مشتق و انتگرال به مراتب فراتر از فهم مفهومی آنان است. یوتر^۲ (Juter, 2005) گزارش کرد بخش بزرگی از دانشجویان، حد را مقداری تعریف می‌کنند که تابع هرگز به آن نمی‌رسد. جوردان^۳ (Jordaan, 2005) در دانشجویان مهندسی به نتیجه مشابهی رسید. دنبل^۴ (Denbel, 2014) دریافت رایج‌ترین بدفهمی، یکی گرفتن حد با مقدار تابع در نقطه است.

الیا و همکاران^۵ (Elia et al., 2009) نشان دادند انتقال میان بازنمایی جبری و هندسی حد برای دانشجویان دشوار است. لیانگ^۶ (Liang, 2016) با راهبرد تعارض مفهومی و ماشین حساب نموداری دسموس^۷ گزارش کرد مواجه کردن دانشجویان با نمونه‌های نقضی تصورشان به تعدیل معنادار بدفهمی‌ها می‌انجامد. سوسیسو و همکاران^۸ (Susiswo et al., 2023) بر پایه نظریه پیری-کایرن^۹ نشان دادند رشد فهم حد مسیری غیرخطی و بازگشتی دارد.

در قلمرو انگیزش، سیدلیک^{۱۰} (Szydluk, 2000) نشان داد دانشجویانی که منبع اعتبار ریاضی را در استدلال درونی می‌جویند، در آزمون درک مفهومی حد عملکرد بهتری دارند. اوم، کورتر و تاتسوکا^{۱۱} (Um, Corter, & Tatsuoka, 2005) نیز نشان دادند انگیزش درونی و خودپنداره ریاضی پیش‌بین‌های معنادار عملکرد ریاضی‌اند و میان دو جنس در انگیزش ریاضی تفاوت وجود دارد.

در پژوهش‌های داخلی، شاهورانی، گویا و جوادی (Shahvarani et al., 2009) با چارچوب تال و وینر بر مفهوم تابع، نشان دادند که تصور مفهومی دانش‌آموزان عمدتاً بر مثال‌های آشنا استوار است. ریحانی، شریفی و سلطانی (Reyhani et al., 2017) به این نتیجه رسیدند که بدفهمی‌های زبانی و بدفهمی «دست‌نیافتنی بودن حد» فراوان‌ترین خطاها بوده‌اند. بخشعلی‌زاده، ریحانی و نظری (Bakhshalizadeh et al., 2013) نشان دادند تدریس مبتنی بر تجسم، درک دانش‌آموزان دختر از حد را بهبود می‌دهد. ملخاسی (Molkhasi, 2020) خوانشی ساده‌شده از تعریف افسیلن-دلتا پیشنهاد کرد. فیروزشاهی و یافتیان (Firoozshahi & Yaftian, 2025) نیز روش تدریس، جذابیت مفاهیم و تعامل معلم را از عوامل تعیین‌کننده عملکرد ریاضی گزارش کردند.

¹ Ferrini-Mundy & Graham

² Juter

³ Jordaan

⁴ Denbel

⁵ Elia et al.

⁶ Liang

⁷ Desmos

⁸ Susiswo et al.

⁹ Pirie-Kieren

¹⁰ Szydluk

¹¹ Um, Corter & Tatsuoka

بیان مسئله و چارچوب نظری

جمع‌بندی پیشینه دو نکته را آشکار می‌کند: نخست آنکه بدفهمی‌های حد در سطح بین‌المللی و داخلی به‌خوبی توصیف شده‌اند؛ دوم آنکه پیوند این بدفهمی‌ها با سازه‌های انگیزشی به‌صورت کمی سنجیده نشده است. پژوهش‌های داخلی یا به توصیف بدفهمی‌های حد پرداخته‌اند (Reyhani et al., 2017؛ Molkhasi, 2020)، یا اثر یک روش تدریس معین را سنجیده‌اند (Bakhshalizadeh et al., 2013)، و یا سازه تصور و تعریف مفهومی را در مفهوم تابع به کار برده‌اند (Shahvarani et al., ۲۰۰۹). آنچه مغفول مانده، سنجش کمی رابطه این دو سازه شناختی با انگیزش ریاضی است؛ آن هم در جمعیت دانشجومعلمان که تصورات مفهومی آنان بر یادگیری دانش‌آموزان آینده اثر می‌گذارد. این شکاف از منظر برنامه درسی آموزش عالی نیز اهمیت دارد: اگر انسجام شناختی دانشجومعلم از یک مفهوم کلیدی با انگیزش او پیوند داشته باشد، طراحی دروس ریاضی پایه در تربیت معلم باید هر دو بُعد را هم‌زمان هدف بگیرد؛ و اگر چنین پیوندی وجود نداشته باشد، هر یک نیازمند مداخله جداگانه است.

چارچوب نظری پژوهش بر دو پایه استوار است. پایه نخست، تمایز تال و وینر میان تصور مفهومی و تعریف مفهومی است که زبان توصیف ناسازگاری شناختی را فراهم می‌آورد. پایه دوم، نظریه انتظار-ارزش است که سازوکار محتمل پیوند این ناسازگاری با انگیزش را تبیین می‌کند: یادگیرنده‌ای که تصور مفهومی او با تعریف صوری حد ناسازگار است، در مسائل غیرروتین مکرراً شکست می‌خورد؛ این شکست‌ها انتظار موفقیت و ادراک شایستگی او را کاهش می‌دهد و از انگیزش او می‌کاهد. یافته سیدلیک (Szydlik, 2000) شاهی تجرپی بر این استدلال است. پژوهش حاضر این استدلال را در جمعیت دانشجومعلمان ایرانی به آزمون می‌گذارد.

پرسش اصلی: آیا بین تصورات و تعاریف دانشجویان رشته آموزش ریاضی از مفهوم حد تابع با انگیزش ریاضی آنان رابطه‌ای وجود دارد؟

پرسش فرعی نخست: ساختار عاملی پرسشنامه محقق‌ساخته چگونه است و گویه‌ها چه سازه‌هایی را می‌سنجند؟

پرسش فرعی دوم: تصور مفهومی و تعریف مفهومی از حد تابع چه سهمی در تبیین انگیزش ریاضی دانشجویان دارند؟

پرسش فرعی سوم: آیا میانگین تصور مفهومی، تعریف مفهومی و انگیزش ریاضی بر حسب جنسیت تفاوت معنادار دارد؟

روش پژوهش

روش و طرح پژوهش

پژوهش حاضر از نظر هدف کاربردی و از نظر شیوه گردآوری داده‌ها، پژوهشی کمی از نوع توصیفی-همبستگی است که با راهبرد پیمایشی اجرا شده است (Sarmad et al., 2020). در این پژوهش، متغیرها دستکاری نمی‌شوند؛ وضعیت موجود توصیف و روابط میان متغیرها برآورد می‌شود. از این‌رو استنباط علی از یافته‌ها مجاز نیست.

جامعه آماری و شیوه انتخاب مشارکت‌کنندگان

جامعه آماری پژوهش را همه دانشجویان ترم اول رشته آموزش ریاضی پردیس‌های شهید بهشتی و شهید شرافت دانشگاه فرهنگیان تهران، به تعداد ۵۴ نفر، تشکیل می‌دهد. از آنجا که حجم جامعه محدود و همه اعضای آن در دسترس بودند، نمونه‌گیری انجام نشد و کل جامعه به روش تمام‌شماری (سرشماری)^۱ بررسی شد؛ بنابراین نمونه با جامعه منطبق است و خطای نمونه‌گیری موضوعیت ندارد. ترکیب جنسیتی مشارکت‌کنندگان شامل ۳۵ مرد (۸/۶۴ درصد) و ۱۹ زن (۲/۳۵ درصد) بود. پرسشنامه به صورت حضوری و در ساعت درس ریاضی ۱ توزیع شد و هر ۵۴ پرسشنامه کامل و قابل تحلیل بود (نرخ بازگشت ۱۰۰ درصد).

ابزار پژوهش

ابزار پژوهش، پرسشنامه‌ای محقق ساخته با ۲۰ گویه است که از سه منبع اقتباس و تلفیق شده است: (الف) خرده‌مقیاس «علاقه به ریاضی» از پرسشنامه انگیزش ریاضی نعمتی ((Nemati, 2009؛ (ب) خرده‌مقیاس‌های «انگیزش درونی» و «خودپنداره ریاضی» از ابزار اوم، کورتر و تاتسوکا (Um, Corter, & Tatsuoka, 2005)؛ و (ج) گویه‌های ناظر بر تصور و تعریف مفهومی که بر پایه چارچوب تال و وینر (Tall & Vinner, 1981) و طبقه‌بندی بدفهمی‌های حد در ملخاسی (Molkhasi, 2020) و دنبل (Denbel, 2014) ساخته شدند. علت بازتدوین به جای استفاده مستقیم از ابزارهای موجود آن است که هیچ‌یک از ابزارهای در دسترس، هم‌زمان دو سازه شناختی تصور و تعریف مفهومی از «حد تابع» و سازه انگیزش ریاضی را نمی‌سنجند.

گویه‌ها در مقیاس پنج‌درجه‌ای لیکرت^۲ از «خیلی کم» تا «خیلی زیاد» تنظیم شدند. انتخاب این مقیاس به سه دلیل انجام شد: ماهیت نگرشی و پیوستار سازه‌های موردسنجش، همسویی با ابزارهای مرجع اقتباس شده و امکان مقایسه‌پذیری، و امکان محاسبه شاخص‌های همسانی درونی. به گزینه‌ها کدهای ۱ تا ۵ داده شد و برای تسهیل تفسیر به مقیاس درصدی (۲۰ تا ۱۰۰) تبدیل گردید. گویه‌های ناظر بر بدفهمی پیش از محاسبه نمره سازه به صورت معکوس کدگذاری شدند تا در همه گویه‌ها نمره بالاتر به معنای انسجام بیشتر سازه باشد.

روایی و پایایی ابزار

نسخه اولیه پرسشنامه ۳۰ گویه داشت. برای بررسی روایی محتوایی، پرسشنامه در اختیار ده متخصص شامل دبیران باتجربه ریاضی و استادان مشاور گروه ریاضی قرار گرفت و از آنان خواسته شد ضرورت، وضوح و تناسب هر گویه با مؤلفه هدف را داوری کنند. بر پایه داوری آنان، پنج گویه به دلیل ابهام در بیان و پنج گویه دیگر به دلیل هم‌پوشانی یا بی‌ارتباطی حذف شد و نسخه نهایی با ۲۰

¹ Complete enumeration

² Likert

گویه تأیید گردید. پایایی کل ابزار با ضریب آلفای کرونباخ^۱ برابر ۷۹۸/۰ به دست آمد. برای بررسی روایی سازه، تحلیل عاملی اکتشافی به روش مؤلفه‌های اصلی با چرخش واریماکس^۲ اجرا شد. شاخص کفایت نمونه‌برداری KMO برابر ۶۸۴/۰ و آزمون کرویت بارتلت^۳ معنادار بود $(\chi^2(190) = 340/586, p < 0.01)$ ؛ بنابراین داده‌ها برای تحلیل عاملی مناسب بودند. پنج مؤلفه با مقدار ویژه بزرگ‌تر از یک استخراج شد که در مجموع ۹۲/۶۹ درصد واریانس کل را تبیین می‌کنند. نتایج این تحلیل در جدول ۱ گزارش شده و مبنای تخصیص گویه‌ها به سازه‌ها قرار گرفته است.

شیوه تحلیل داده‌ها

داده‌ها با نرم‌افزار SPSS تحلیل شدند. در سطح توصیفی، فراوانی، درصد، میانگین و انحراف معیار گزارش شد. در سطح استنباطی، نخست نرمال بودن توزیع متغیرها با آزمون‌های کولموگوروف-اسمیرنوف^۴ و شاپیرو-ویلک^۵ بررسی شد؛ سپس برای مقایسه متغیرها بر حسب جنسیت از آزمون t دو نمونه مستقل با در نظر گرفتن نتیجه آزمون لوین^۶، برای پاسخ به پرسش اصلی از ضریب همبستگی پیرسون^۷، و برای برآورد سهم مشترک دو پیش‌بین از رگرسیون خطی چندگانه استفاده شد. سطح معناداری ۰۵/۰ در نظر گرفته شد. با حجم جامعه ۵۴ نفر و در سطح $\alpha = 0.05$ ، توان آماری ۸۰/۰ برای کشف ضرایب همبستگی بزرگ‌تر از حدود ۳۷/۰ فراهم است؛ این نکته در تفسیر یافته‌های غیرمعنادار لحاظ شده است.

ملاحظات اخلاقی

شرکت در پژوهش داوطلبانه بود، هدف پژوهش پیش از توزیع پرسشنامه تشریح شد و به مشارکت‌کنندگان اطمینان داده شد که داده‌ها بدون نام و تنها به صورت تجمیعی گزارش خواهد شد.

گزارش یافته‌ها

ساختار عاملی پرسشنامه (پرسش فرعی نخست)

جدول ۱ ماتریس عاملی چرخش یافته را نشان می‌دهد. مؤلفه نخست با ۳۱/۲۵ درصد واریانس، هشت گویه ناظر بر علاقه، انگیزه و لذت یادگیری (گویه‌های ۱ تا ۵ و ۱۸ تا ۲۰) را در بر می‌گیرد و «انگیزش ریاضی» نامیده شد. مؤلفه دوم با ۲۹/۲۰ درصد، گویه‌های

¹ Cronbach's alpha

² Varimax rotation

³ Bartlett's test of sphericity

⁴ Kolmogorov-Smirnov

⁵ Shapiro-Wilk

⁶ Levene's test

⁷ Pearson

ناظر بر بدفهمی زبانی، ریاضی، هندسی، ماهیت و شیوه بیان (۸، ۹، ۱۰، ۱۳، ۱۴) را شامل می‌شود. مؤلفه سوم با ۶۸/۱۱ درصد، سه گویه مربوط به عوامل آموزشی (۱۵، ۱۶، ۱۷) را در بر دارد. مؤلفه چهارم با ۱۱/۷ درصد، گویه‌های خودگزارشی بدفهمی در تعریف، تصور و مصداق (۶، ۷، ۱۲) را گرد هم می‌آورد. گویه ۱۱ به‌تنهایی روی مؤلفه پنجم بار گرفت و چون سازه مستقلاً نمی‌سازد، از محاسبه نمره‌های سازه کنار گذاشته شد.

بر پایه این ساختار و در چارچوب نظری تال و وینر، سازه‌های پژوهش چنین تعریف شدند: تصور مفهومی از گویه‌های ۷، ۱۰ و ۱۲ (ناظر بر تصویر ذهنی، بازنمایی هندسی و مصداق)، تعریف مفهومی از گویه‌های ۶، ۸، ۹، ۱۳ و ۱۴ (ناظر بر تعریف صوری، نمادها و بدفهمی‌های زبانی و ریاضی)، انگیزش ریاضی از گویه‌های ۱ تا ۵ و ۱۸ تا ۲۰، و عوامل آموزشی از گویه‌های ۱۵ تا ۱۷. ضریب آلفای کرونباخ این چهار سازه به‌ترتیب ۰/۶۹۱، ۰/۷۷۵، ۰/۹۰۶ و ۰/۸۰۳ به دست آمد.

جدول ۱. ماتریس عاملی چرخش‌یافته (مؤلفه‌های اصلی، چرخش واریماکس، $\Delta f n =$)

Table 1. Rotated component matrix (principal components, varimax rotation, $n = 54$)

گویه	مؤلفه ۱	مؤلفه ۲	مؤلفه ۳	مؤلفه ۴	مؤلفه ۵	سازه
۱	۴۳/۰					انگیزش ریاضی
۲	۸۴/۰					انگیزش ریاضی
۳	۹۰/۰					انگیزش ریاضی
۴	۸۵/۰					انگیزش ریاضی
۵	۶۹/۰					انگیزش ریاضی
۶				۸۸/۰		تعریف مفهومی
۷				۸۸/۰		تصور مفهومی
۸		۶۱/۰				تعریف مفهومی
۹		۶۹/۰				تعریف مفهومی
۱۰		۵۲/۰				تصور مفهومی
۱۱					۸۸/۰	کنار گذاشته
۱۲				۶۵/۰		تصور مفهومی
۱۳		۷۵/۰				تعریف مفهومی
۱۴		۷۸/۰				تعریف مفهومی
۱۵			۸۲/۰			عوامل آموزشی

گویه	مؤلفه ۱	مؤلفه ۲	مؤلفه ۳	مؤلفه ۴	مؤلفه ۵	سازه
۱۶			۸۳/۰			عوامل آموزشی
۱۷			۸۵/۰			عوامل آموزشی
۱۸	۸۲/۰					انگیزش ریاضی
۱۹	۸۹/۰					انگیزش ریاضی
۲۰	۷۰/۰					انگیزش ریاضی
واریانس (%)	۳۱/۲۵	۲۹/۲۰	۶۸/۱۱	۱۱/۷	۵۴/۵	۹۲/۶۹

یادداشت: تنها بارهای عاملی بزرگ‌تر از ۴۰/۰ نمایش داده شده‌اند. قدر مطلق بارها گزارش شده است.

یافته‌های توصیفی

میانگین و انحراف معیار پاسخ به بیست گویه در جدول ۲ آمده است. بالاترین میانگین‌ها به ترتیب به نقش الگو و روش تدریس (۳۹/۴)، انگیزه کلی برای یادگیری ریاضی (۱۹/۴)، چگونگی طراحی فعالیت آموزشی (۱۹/۴) و توالی مباحث (۷۸/۳) تعلق دارد؛ یعنی دانشجویان کیفیت تدریس و طراحی فعالیت را مهم‌ترین عامل اثرگذار بر درک مفهوم حد می‌دانند. در میان گویه‌های انگیزشی، پایین‌ترین میانگین‌ها به خوشایند بودن یادگیری حد برای یادگیرندگان (۵۴/۲) و علاقه به حد در مقایسه با سایر مباحث (۸۱/۲) اختصاص دارد. میانگین گویه‌های ناظر بر بدفهمی در دامنه ۰۶/۲ تا ۸۰/۲ قرار دارد؛ از آنجا که در این گویه‌ها نمره بالاتر به معنای بدفهمی بیشتر است، این مقادیر نشان می‌دهد دانشجویان بدفهمی خودآگاه چندانی گزارش نکرده‌اند. در مقابل، گویه چهاردهم، یعنی نقش «چگونگی و روش بیان» در بدفهمی حد، با میانگین ۵۷/۳ به روشنی متمایز است و نشان می‌دهد دانشجویان منشأ بدفهمی را بیش از خود مفهوم، به شیوه بیان آن نسبت می‌دهند.

جدول ۲. میانگین و انحراف معیار پاسخ به گویه‌های پرسشنامه (n = 54، مقیاس ۱ تا ۵)

Table 2. Means and standard deviations of the questionnaire items (n = 54, 1–5 scale)

گویه	میانگین	انحراف معیار
۱. چقدر برای یادگیری ریاضی انگیزه دارید؟	۱۹/۴	۶۸/۰
۲. چقدر مبحث حد تابع برای شما شیرین و جذاب است؟	۴۳/۳	۱۳/۱
۳. چقدر به مبحث حد تابع علاقه‌مند هستید؟	۳۰/۳	۰۸/۱
۴. چقدر به مبحث حد نسبت به سایر مباحث علاقه‌مندترید؟	۸۱/۲	۱۵/۱
۵. یادگیری حد چقدر انگیزه شما را برای یادگیری مشتق و انتگرال افزایش می‌دهد؟	۸۳/۲	۱۵/۱

گویه	میانگین	انحراف معیار
۶. چقدر در درک تعریف مفهوم حد تابع بدفهمی دارید؟	۱۷/۲	۰۲/۱
۷. چقدر در درک تصور مفهوم حد تابع بدفهمی دارید؟	۰۶/۲	۰۹/۱
۸. مفهوم حد تابع از نظر زبانی چقدر بدفهمی دارد؟	۲۶/۲	۱۵/۱
۹. مفهوم حد تابع از نظر ریاضی چقدر بدفهمی دارد؟	۴۶/۲	۱۸/۱
۱۰. مفهوم حد تابع از نظر هندسی چقدر بدفهمی دارد؟	۴۱/۲	۲۸/۱
۱۱. بدفهمی حد چقدر به معنا و مفهوم آن مربوط است؟	۶۷/۲	۱۸/۱
۱۲. بدفهمی حد چقدر به مصداق و کاربرد آن مربوط است؟	۶۷/۲	۲۳/۱
۱۳. بدفهمی حد چقدر به چیستی و ماهیت آن مربوط است؟	۸۰/۲	۱۹/۱
۱۴. بدفهمی حد چقدر به چگونگی و روش بیان آن مربوط است؟	۵۷/۳	۲۱/۱
۱۵. الگو و روش تدریس چه مقدار بر درک مفهوم و تصور حد تأثیرگذار است؟	۳۹/۴	۷۹/۰
۱۶. چگونگی طراحی فعالیت چه مقدار بر درک مفهوم و تصور حد تأثیرگذار است؟	۱۹/۴	۹۱/۰
۱۷. ارتباط و توالی مباحث ریاضی در تدریس حد چقدر تأثیرگذار است؟	۷۸/۳	۹۸/۰
۱۸. لذت یادگیری را در درک و فهم حد تابع چقدر تجربه می کنید؟	۲۴/۳	۱۱/۱
۱۹. چقدر دوست دارید مفهوم حد تابع را تدریس کنید؟	۲۰/۳	۰۹/۱
۲۰. چقدر یادگیری مفهوم حد را برای یادگیرندگان خوشایند می دانید؟	۵۴/۲	۰۲/۱

یادداشت: مقادیر بر مبنای مقیاس خام ۱ تا ۵ و بدون معکوس سازی گویه های بدفهمی گزارش شده اند.

جدول ۳ آمار توصیفی چهار سازه را بر مبنای مقیاس درصدی ۲۰ تا ۱۰۰ و پس از معکوس سازی گویه های بدفهمی نشان می دهد. بالاترین میانگین به سازه «عوامل آموزشی» (۳۵/۸۲) و پایین ترین به «انگیزش ریاضی» (۸۴/۶۳) تعلق دارد. آزمون های کولموگروف-اسمیرنوف نشان می دهد توزیع هر چهار سازه با نرمال بودن سازگار است؛ از این رو استفاده از روش های پارامتریک مجاز است.

جدول ۳. آمار توصیفی، پایایی و نرمال بودن توزیع سازه های پژوهش (n = ۵۴)

Table 3. Descriptive statistics, reliability and normality of the study constructs (n = 54)

سازه	گویه ها	آلفای کرونباخ	میانگین	انحراف معیار	p آزمون S-K
انگیزش ریاضی	۱-۵، ۱۸-۲۰	۹۰۶/۰	۸۴/۶۳	۴۷/۱۶	۳۰۱/۰

سازه	گوپه‌ها	آلفای کرونباخ	میانگین	انحراف معیار	p آزمون S-K
تصور مفهومی	۱۲، ۱۰، ۷	۶۹۱/۰	۴۷/۷۲	۹۰/۱۸	۲۲۵/۰
تعریف مفهومی	۱۴، ۱۳، ۹، ۸، ۶	۷۷۵/۰	۹۶/۶۶	۷۰/۱۶	۴۴۲/۰
عوامل آموزشی	۱۷-۱۵	۸۰۳/۰	۳۵/۸۲	۲۲/۱۵	۲۴۶/۰

یادداشت: نمره‌ها بر مبنای مقیاس درصدی ۲۰ تا ۱۰۰ و پس از معکوس‌سازی گوپه‌های بدفهمی محاسبه شده‌اند.

پاسخ به پرسش اصلی و پرسش فرعی دوم: رابطه متغیرها

جدول ۴ ماتریس همبستگی پیرسون را نشان می‌دهد. برخلاف انتظار نظری، رابطه تصور مفهومی با انگیزش ریاضی ($r = -0.75/0$)، $p = 0.59/0$) و رابطه تعریف مفهومی با انگیزش ریاضی ($r = 0.22/0$)، $p = 0.38/0$) هیچ‌یک معنادار نیست. سازه عوامل آموزشی نیز با انگیزش ریاضی رابطه معناداری ندارد ($r = -0.2/0$)، $p = 0.99/0$). در مقابل، دو سازه شناختی با یکدیگر همبستگی مثبت و قوی دارند ($r = 0.619/0$)، $p < 0.01/0$). بنابراین پاسخ به پرسش اصلی پژوهش، در این جامعه و با این ابزار، منفی است.

جدول ۴. ماتریس همبستگی پیرسون میان سازه‌های پژوهش ($n = 54$)

Table 4. Pearson correlation matrix among the study constructs ($n = 54$)

سازه	انگیزش ریاضی	تصور مفهومی	تعریف مفهومی	عوامل آموزشی
انگیزش ریاضی	۱			
تصور مفهومی	-۰.۷۵/۰	۱		
تعریف مفهومی	۰.۲۲/۰	۰.۶۱۹/۰ ***	۱	
عوامل آموزشی	-۰.۰۲/۰	-۰.۸۰/۰	-۰.۲۲۸/۰	۱

یادداشت: *** معناداری در سطح ۰.۰۱/۰. هیچ‌یک از همبستگی‌های سازه‌های شناختی با انگیزش ریاضی معنادار نیست.

رگرسیون خطی چندگانه نیز این نتیجه را تأیید می‌کند: دو سازه شناختی در کنار یکدیگر تنها ۱/۵ درصد از واریانس انگیزش ریاضی را تبیین می‌کنند و مدل معنادار نیست ($F(2, 51) = 3.81/1$)، $p = 0.261/0$ ، $R^2 = 0.51/0$ ، R^2 تعدیل‌شده = ۰.۱۴/۰). یادآور می‌شود که با حجم جامعه ۵۴ نفر، توان آماری برای کشف همبستگی‌های کوچک محدود است؛ از این رو یافته حاضر را باید «عدم مشاهده رابطه» تلقی کرد، نه اثبات قطعی نبود آن.

پاسخ به پرسش فرعی سوم: مقایسه بر حسب جنسیت

بر پایه جدول ۵، تفاوت میانگین تصور مفهومی ($p = 0.516/0$)، تعریف مفهومی ($p = 0.221/0$) و عوامل آموزشی ($p = 0.304/0$) میان دو گروه معنادار نیست؛ اما میانگین انگیزش ریاضی مردان (۲۱/۶۷) به‌طور معنادار بیشتر از زنان (۶۳/۵۷) است ($t(52) = 5.24$).

۱۰۶/۲، $p = ۰/۰۴۰$). از آنجا که حجم دو گروه برابر نیست و مقدار احتمال به مرز ۰/۰۵ نزدیک است، تعمیم این تفاوت نیازمند احتیاط است.

جدول ۵. نتایج آزمون t دو نمونه مستقل برای مقایسه سازه‌های پژوهش بر حسب جنسیت

Table 5. Independent-samples t-test comparing the study constructs by gender

سازه	میانگین زنان	انحراف معیار زنان	میانگین مردان	انحراف معیار مردان	t	p
انگیزش ریاضی	۶۳/۵۷	۷۸/۱۶	۲۱/۶۷	۵۲/۱۵	۱۰۶/۲	۰/۰۴۰
تصور مفهومی	۱۸/۷۰	۱۲/۱۷	۷۱/۷۳	۹۳/۱۹	۶۵۳/۰	۵۱۶/۰
تعریف مفهومی	۱۶/۶۳	۱۹/۱۲	۰۳/۶۹	۵۴/۱۸	۲۳۹/۱	۲۲۱/۰
عوامل آموزشی	۲۶/۸۵	۰۰/۱۵	۷۶/۸۰	۳۲/۱۵	۰۳۸/۱	۳۰۴/۰

یادداشت: زنان = ۱۹n و مردان = ۳۵n؛ درجه آزادی همه آزمون‌ها ۵۲ است.

بحث و نتیجه‌گیری

هدف پژوهش حاضر، تعیین رابطه تصور مفهومی و تعریف مفهومی از حد تابع با انگیزش ریاضی دانشجومعلم‌ان آموزش ریاضی بود. یافته اصلی آن است که چنین رابطه‌ای در این جامعه مشاهده نشد. این نتیجه با انتظار برخاسته از نظریه انتظار-ارزش و با یافته سیدلیک (Szydlik, 2000) که باورهای معرفت‌شناختی دانشجویان را با درک مفهومی حد مرتبط دانسته است، همخوان نیست. سه تبیین برای این ناهمخوانی قابل طرح است.

نخست، تفاوت در سطح سنجش: سیدلیک درک مفهومی را با آزمون عملکردی سنجیده، حال آنکه ابزار پژوهش حاضر خودگزارشی است. خودگزارشی تنها بدفهمی‌های خودآگاه را ثبت می‌کند و بدفهمی‌های ناخودآگاه در آن پنهان می‌مانند. شاهد این تبیین آن است که میانگین گویه‌های خودگزارشی بدفهمی در پژوهش حاضر پایین بود، حال آنکه پژوهش‌هایی مانند بزویدنهاوت (Bezuidenhout, 2001) و یوتر (Juter, 2005) با آزمون‌های مفهومی، بدفهمی‌های گسترده‌ای را در همین جمعیت سنی آشکار کرده‌اند. دوم، محدودیت توان آماری: با ۵۴ مشارکت‌کننده، تنها همبستگی‌های بزرگ‌تر از حدود ۳۷/۰ با اطمینان کافی کشف‌پذیرند؛ بنابراین یک رابطه ضعیف تا متوسط ممکن است از دید تحلیل پنهان مانده باشد. سوم، احتمال استقلال واقعی دو سازه: ممکن است در بافت تربیت معلم، انگیزش ریاضی بیش از آنکه از انسجام مفهومی در یک مبحث خاص تغذیه شود، از عوامل بافتی مانند انگیزه شغلی، تعهد حرفه‌ای و تجربه‌های آموزشی پیشین سرچشمه بگیرد.

یافته دوم پژوهش، همبستگی قوی میان تصور مفهومی و تعریف مفهومی است ($r = ۰/۶۱۹$). این نتیجه با هسته نظری تال و وینر (Tall & Vinner, 1981) همسو است که این دو را دو وجه از یک ساختار شناختی واحد می‌دانند، اما در عین حال نشان

می‌دهد ابزار خودگزارشی توان تفکیک عملیاتی این دو سازه را به‌طور کامل ندارد. تحلیل عاملی نیز همین را تأیید می‌کند: گویه‌های ناظر بر بدفهمی، بیش از آنکه بر پایه تمایز تصور/تعریف تفکیک شوند، بر پایه «نوع بدفهمی» (زبانی-ریاضی در برابر خودادراکی) گروه‌بندی شدند.

یافته سوم، تفاوت جنسیتی در انگیزش ریاضی است. این نتیجه با گزارش اوم، کورتر و تاتسوکا (Um, Corter, & Tatsuoka, 2005) همسوست. از آنجا که دو گروه در هیچ‌یک از سازه‌های شناختی تفاوتی نداشتند، این تفاوت را نمی‌توان به توانایی نسبت داد و محتمل‌تر است به عوامل بافتی و تجربه‌های آموزشی پیشین مربوط باشد.

یافته چهارم، بالاترین میانگین در میان همه سازه‌ها به «عوامل آموزشی» ($35/82$) تعلق دارد؛ یعنی دانشجومعلم‌ان روش تدریس، طراحی فعالیت و توالی مباحث را تعیین‌کننده‌ترین عامل در شکل‌گیری تصورشان از حد می‌دانند. این نتیجه با پژوهش بخشعلی‌زاده و همکاران (Bakhshalizadeh et al., 2013)، با یافته فیروزشاهی و یافتیان (Firoozshahi & Yaftian, 2025) و با پژوهش لیانگ (Liang, 2016) همخوانی دارد. نکته درخور توجه آنکه دانشجویان منشأ بدفهمی را بیش از ماهیت مفهوم، به «شیوه بیان» آن نسبت داده‌اند (میانگین $57/3$)؛ این خودادراکی با تحلیل گفتمانی گوچلر (Güçler, 2013) همخوان است که ریشه بخشی از بدفهمی‌ها را در زبان و نمادگذاری کلاس درس می‌داند.

جمع‌بندی آنکه در جامعه مورد مطالعه، انسجام شناختی از مفهوم حد و انگیزش ریاضی دو سازه نسبتاً مستقل‌اند. پیامد این یافته برای برنامه درسی تربیت معلم روشن است: نمی‌توان انتظار داشت که بهبود درک مفهومی به‌خودی‌خود به افزایش انگیزش بینجامد، یا برعکس. هر یک از این دو هدف نیازمند مداخله طراحی‌شده و جداگانه است، هرچند اجرای هم‌زمان آن‌ها می‌تواند هم‌افزا باشد.

محدودیت‌های پژوهش

نخست، طرح پژوهش همبستگی است و استنباط علی مجاز نیست. دوم، حجم جامعه (54 نفر) و محدود بودن آن به دو پردیس در شهر تهران، هم تعمیم‌پذیری و هم توان آماری را محدود می‌کند؛ از این‌رو یافته‌های غیرمعنادار را نباید اثبات نبود رابطه دانست. سوم، داده‌ها بر خودگزارش‌دهی استوارند و بدفهمی‌های ناخودآگاه را ثبت نمی‌کنند. چهارم، ضریب آلفای سازه تصور مفهومی ($69/10$) در مرز پایین دامنه مطلوب قرار دارد و این سازه تنها با سه گویه سنجیده شده است. پنجم، ساختار عاملی با تحلیل اکتشافی و بر روی همین نمونه به دست آمده و نیازمند تأیید با تحلیل عاملی تأییدی در نمونه‌ای مستقل است.

پیشنهادها

پیشنهادهای کاربردی

۱. پیوند دادن تعریف صوری با بازنمایی شهودی: تدریس حد با حرکت رفت و برگشتی میان تعریف اِپسیلن-دلتا، نمودار و جدول مقادیر، با توجه به اینکه دانشجویان معلمان بیشتری اثر را به روش تدریس نسبت داده‌اند.
۲. رفع صریح تعارض‌های زبانی: طرح مثال‌های نقض برای عبارت‌های «نزدیک می‌شود» و «میل می‌کند»، چراکه بالاترین بدفهمی خودادراک شده به «شیوه بیان» مربوط بود.
۳. طراحی مداخله انگیزشی جداگانه: چون انگیزش با انسجام مفهومی رابطه‌ای نشان نداد، تقویت انگیزش نیازمند برنامه‌ای مستقل است، مانند پیوند دادن حد به کاربردهای حرفه‌ای آینده معلمی.
۴. ارزشیابی تکوینی مفهومی: طرح پرسش‌هایی که به جای محاسبه حد، تفسیر و توجیه آن را بطلبند، تا بدفهمی‌های پنهان که در خودگزارشی آشکار نمی‌شوند شناسایی گردند.
۵. توجه به تفاوت انگیزشی میان دو جنس در طراحی فعالیت‌های کلاسی دروس ریاضی پایه در دانشگاه فرهنگیان.

پیشنهادهای پژوهشی

۱. تکرار پژوهش در نمونه‌ای بزرگ‌تر و چنداستانی، برای فراهم آوردن توان آماری کافی جهت کشف روابط ضعیف تا متوسط.
۲. تکمیل ابزار خودگزارشی با آزمون مفهومی عملکردی و مصاحبه بالینی، به منظور سنجش بدفهمی‌های ناخودآگاه.
۳. اجرای تحلیل عاملی تأییدی بر روی نمونه‌ای مستقل، برای آزمون ساختار پنج‌مؤلفه‌ای به دست آمده.
۴. بررسی نقش متغیرهای واسطه‌ای مانند خودکارآمدی ریاضی و انگیزه شغلی معلمی در رابطه میان درک مفهومی و انگیزش.
۵. طراحی و آزمون مداخله آموزشی مبتنی بر تعارض مفهومی در طرحی شبه‌آزمایشی و سنجش اثر آن بر هر دو سازه شناختی و انگیزشی.

تشکر و قدردانی

این مقاله مستخرج از پایان‌نامه کارشناسی ارشد نویسنده نخست با عنوان «رابطه تصورات مفهوم و تعاریف مفهوم از حد تابع با انگیزش ریاضی دانشجویان ریاضی ۱ دانشگاه فرهنگیان تهران» است که در شهریور ۱۴۰۳ در دانشگاه فرهنگیان دفاع شده است. از همه دانشجویان آموزش ریاضی پردیس‌های شهید بهشتی و شهید شرافت تهران که در اجرای این پژوهش همکاری کردند سپاسگزاریم.

تعارض منافع: نویسندگان اعلام می‌کنند هیچ‌گونه تعارض منافی وجود ندارد.

References

- Bezuidenhout, J. (2001). Limits and continuity: Some conceptions of first-year students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(4), 487–500.
- Bakhshalizadeh, Sh., Reyhani, E., & Nazari, K. (2013). The effect of a visualization-based teaching approach on high-school students' understanding of the limit concept and their spatial ability. *Advances in Cognitive Sciences*, 15(1), 27–42. [in Persian]
- Cornu, B. (1991). Limits. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 153–166). Kluwer Academic Publishers.
- Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process schema. *The Journal of Mathematical Behavior*, 15(2), 167–192.
- Davis, R. B., & Vinner, S. (1986). The notion of limit: Some seemingly unavoidable misconception stages. *The Journal of Mathematical Behavior*, 5(3), 281–303.
- Denbel, D. G. (2014). Students' misconceptions of the limit concept in a first calculus course. *Journal of Education and Practice*, 5(34), 24–41.
- Elia, I., Gagatsis, A., Panaoura, A., Zachariades, T., & Zoulinaki, F. (2009). Geometric and algebraic approaches in the concept of limit and the impact of the didactic contract. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(4), 765–790.
- Ferrini-Mundy, J., & Graham, K. (1994). Research in calculus learning: Understanding of limits, derivatives and integrals. In J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research issues in undergraduate mathematics learning* (pp. 31–45). Mathematical Association of America.
- Firoozshahi, F., & Yafthian, N. (2025). Exploring factors affecting students' mathematical performance: A meta-synthesis study. *New Educational Approaches*, 20(1), 21–54. [in Persian]
- Güçler, B. (2013). Examining the discourse on the limit concept in a beginning-level calculus classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 439–453.
- Jordaan, T. (2005). *Misconceptions of the limit concept in a mathematics course for engineering students* [Unpublished master's dissertation]. University of South Africa.
- Juter, K. (2005). Limits of functions: How do students handle them? *Pythagoras*, 61, 11–20.
- Liang, S. (2016). Teaching the concept of limit by using conceptual conflict strategy and Desmos graphing calculator. *International Journal of Research in Education and Science*, 2(1), 35–48.
- Murphy, P. K., & Alexander, P. A. (2000). A motivated exploration of motivation terminology. *Contemporary Educational Psychology*, 25(1), 3–53.
- Molkhasi, A. (2020). The whys of the limit concept and its applications. *Pooyesh in Basic Sciences Education*, 2, 1–9. [in Persian]
- Nemati, Z. (2009). *Factors affecting students' interest in mathematics*. [in Persian]
- Reyhani, E., Sharifi, M., & Soltani, A. (2017). Misconceptions of final-year secondary school students about the limit concept. *Education*, 32(4), 41–66. [in Persian]
- Susiswo, Parameswari, P., Utami Putri, O. R., Lanya, H., Utami, A. D., & Murniasih, T. R. (2023). The growth of students' function limit concepts understanding in solving controversial problems based on Pirie–Kieren's theory. *Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika*, 7(4), 1204–1220.
- Szydlik, J. E. (2000). Mathematical beliefs and conceptual understanding of the limit of a function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(3), 258–276.
- Sarmad, Z., Bazargan, A., & Hejazi, E. (2020). *Research methods in behavioral sciences*. Tehran: Agah. [in Persian]
- Shahvarani, A., Gooya, Z., & Javadi, M. (2009). Concept image and concept definition. *Mathematics Education Growth*, No. 98. [in Persian]

- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169.
- Um, E. K., Corter, J. E., & Tatsuoka, K. K. (2005). *Motivation, autonomy support, and mathematics performance: A structural equation analysis*. Teachers College, Columbia University.
- Zeinivand, F. (2015). Conceptual explanation of mathematical thinking: What, why and how. *Higher Education Curriculum Studies*, 6(12), 153–172. [in Persian]